

DIA-valinta 2009

**ArkMat fi+sv**

sarja **A**

18.5.2009

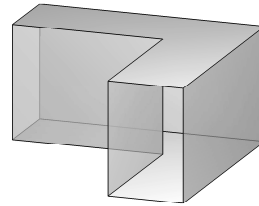
nippukoko  $10+10=20$  (1/1)

**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

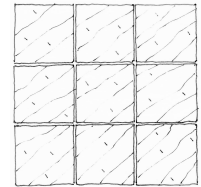
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

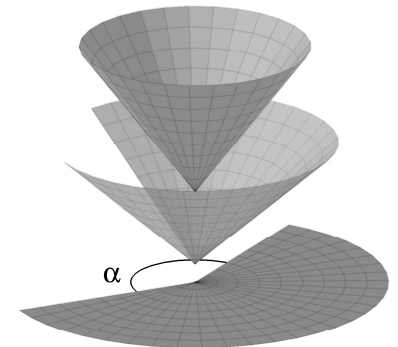


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

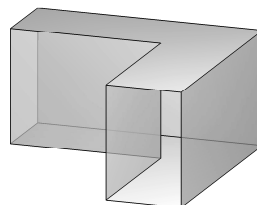


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

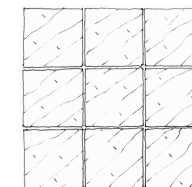
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

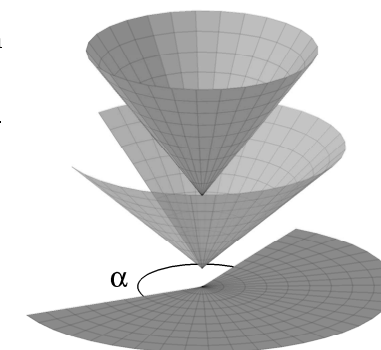


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

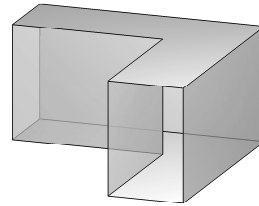


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

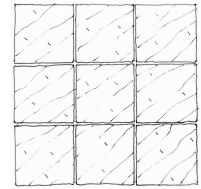
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

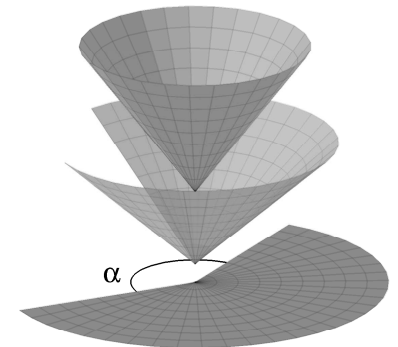


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

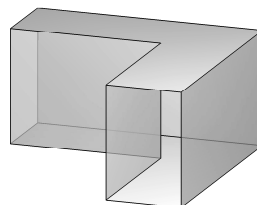


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stången böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

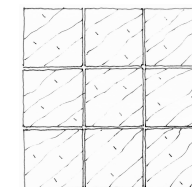
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

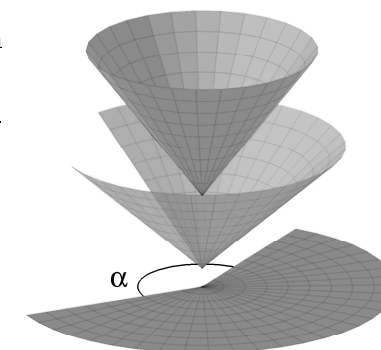


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

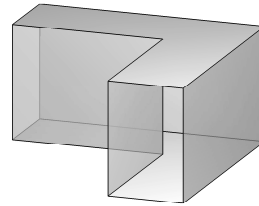


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

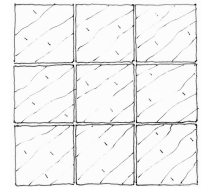
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötävään käännettynä?

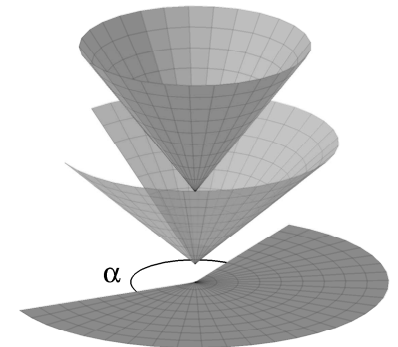


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

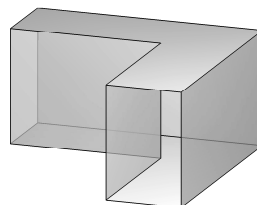


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

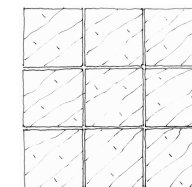
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

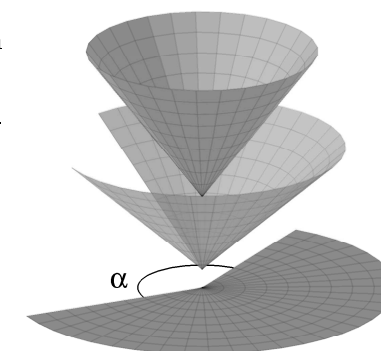


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

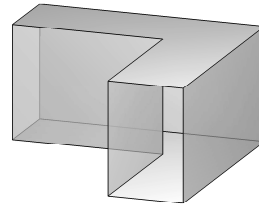


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

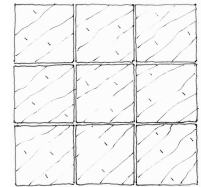
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötävään käännettynä?

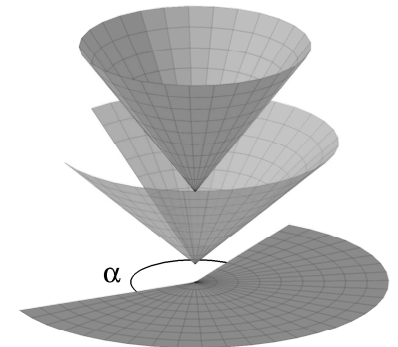


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

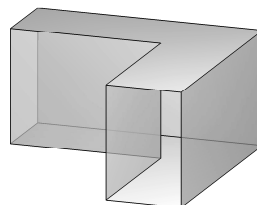


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

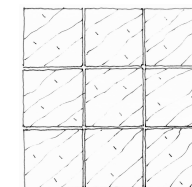
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

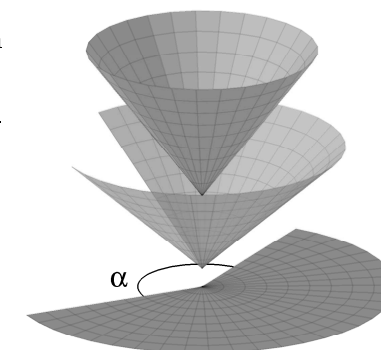


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

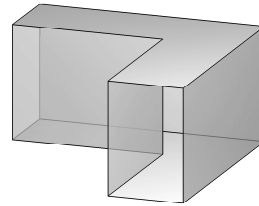


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
 (b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

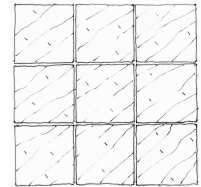
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
 (b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

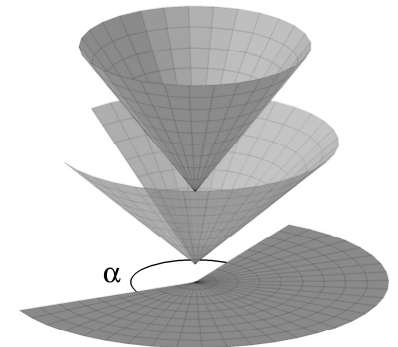


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
 (b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

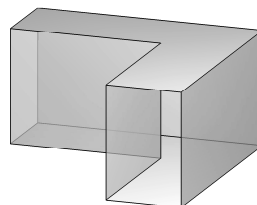


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

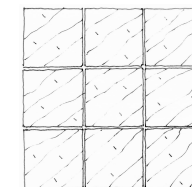
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

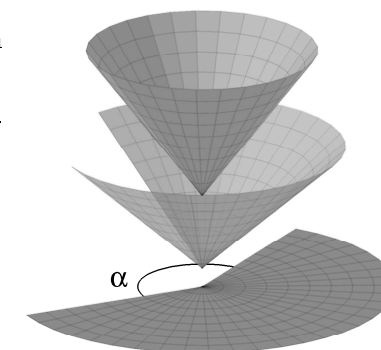


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

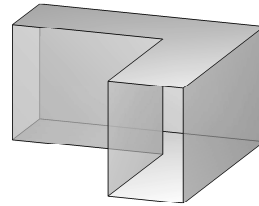


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?
- Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

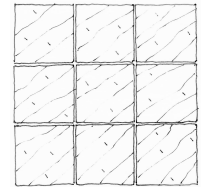
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

$$\left( R\text{-säteisen pallosegmentin tilavuus on } V = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right). \right)$$

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?
- Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

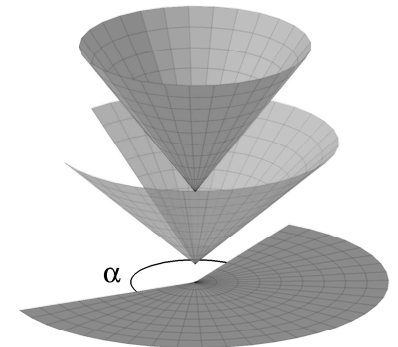


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?
- Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

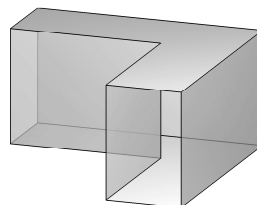


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

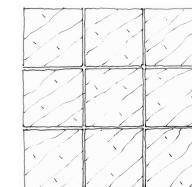
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

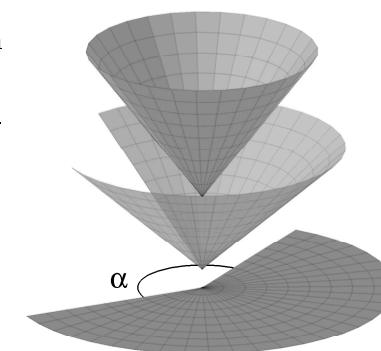


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

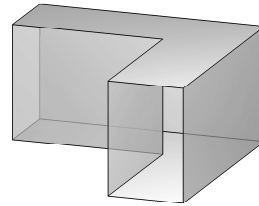


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

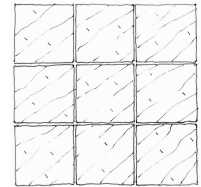
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

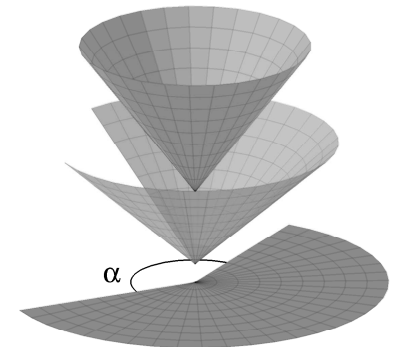


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

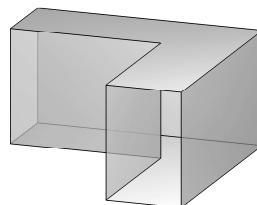


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

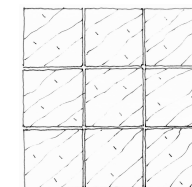
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

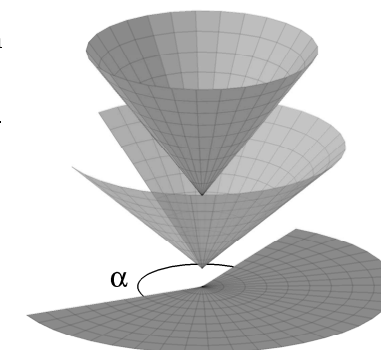


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

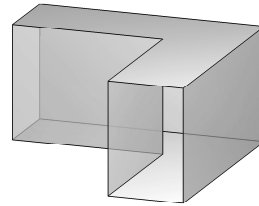


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

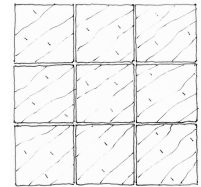
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

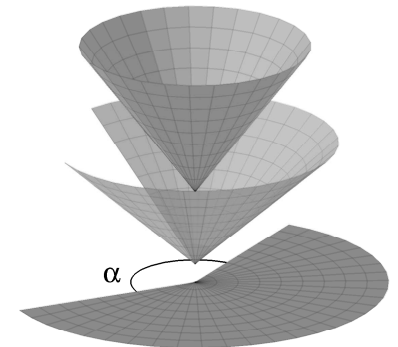


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

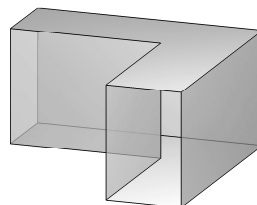


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

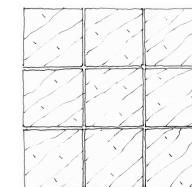
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

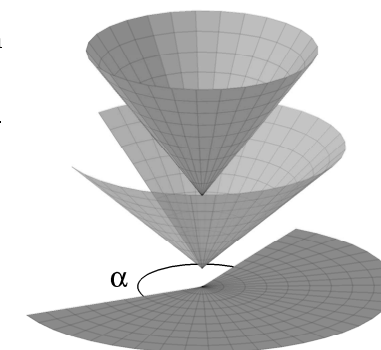


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

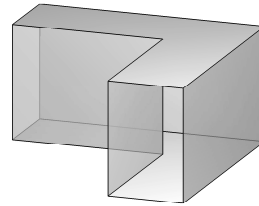


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

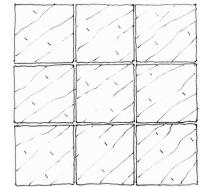
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

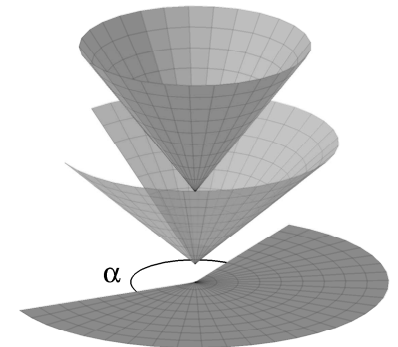


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

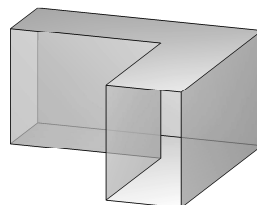


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

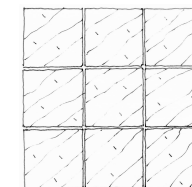
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

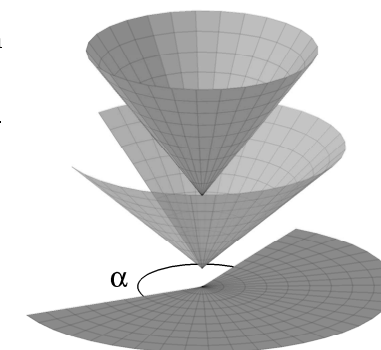


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

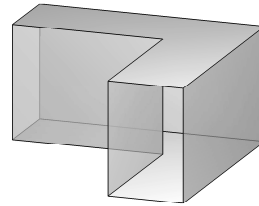


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

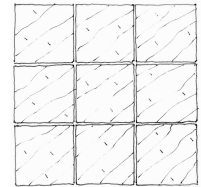
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

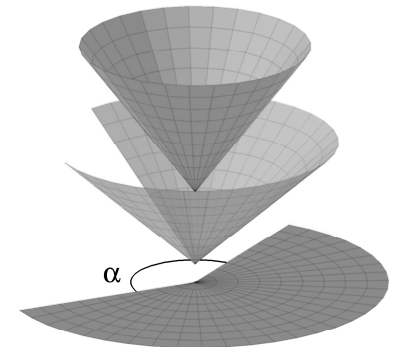


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

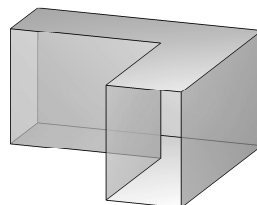


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0\text{ m}$  och höjd  $h = 3,0\text{ m}$ . En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stången böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37\text{ m}$ ,  $b = 41\text{ m}$ . Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

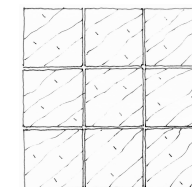
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

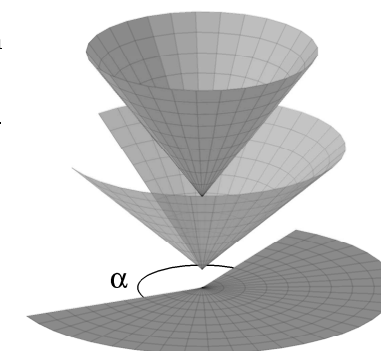


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10\text{ cm}$ ?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

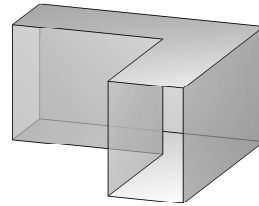


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?
- Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

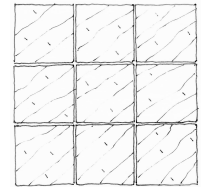
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?
- Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

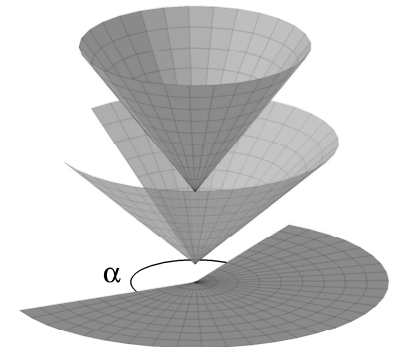


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?
- Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

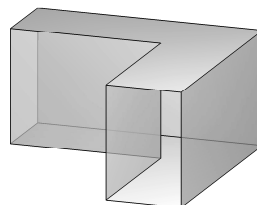


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0\text{ m}$  och höjd  $h = 3,0\text{ m}$ . En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37\text{ m}$ ,  $b = 41\text{ m}$ . Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

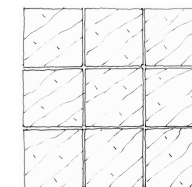
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

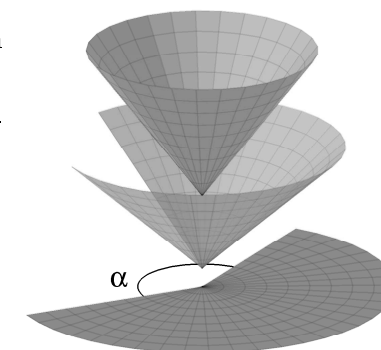


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10\text{ cm}$ ?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

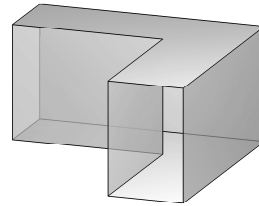


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

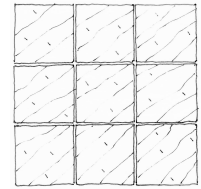
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

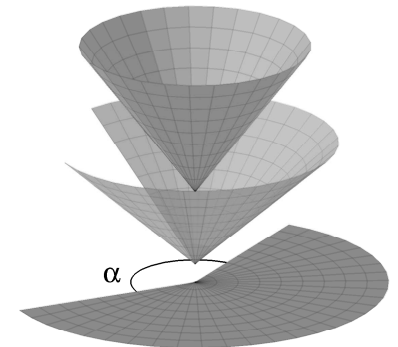


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

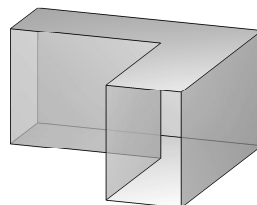


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

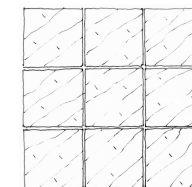
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

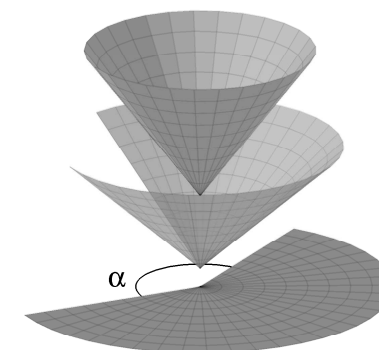


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

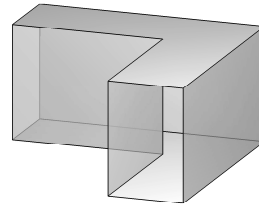


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa yliviivaamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

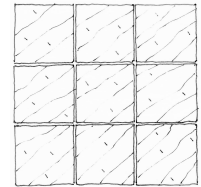
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

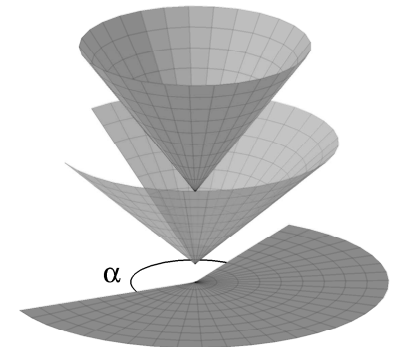


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

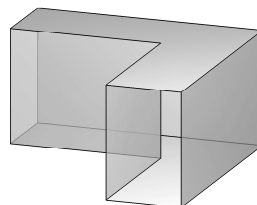


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

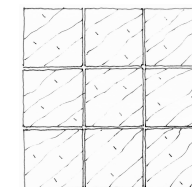
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

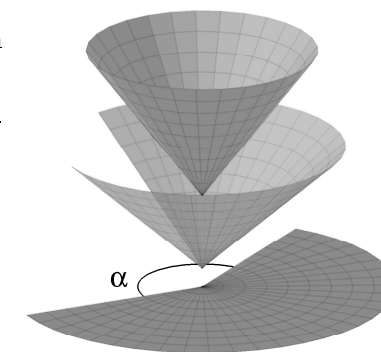


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

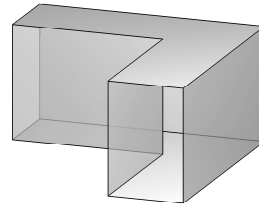


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

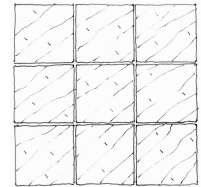
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

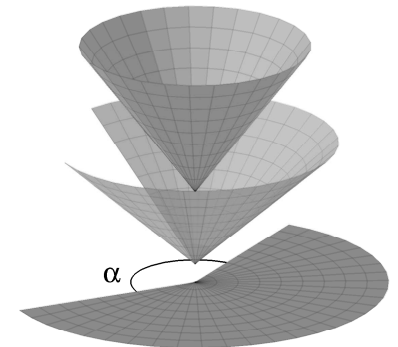


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

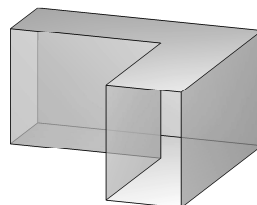


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

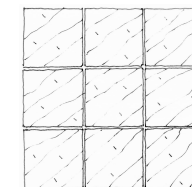
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

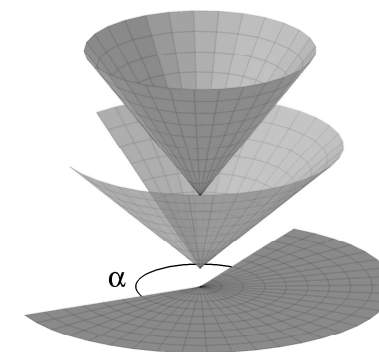


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

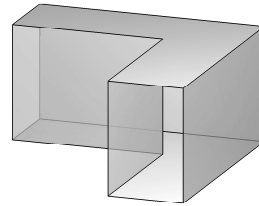


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

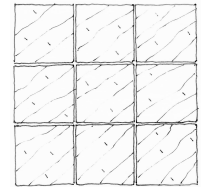
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

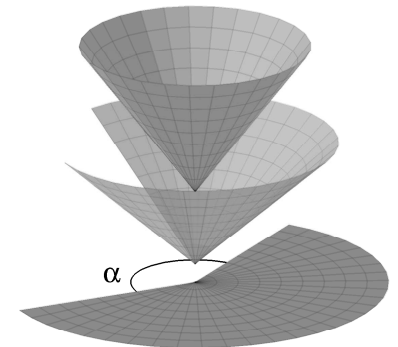


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

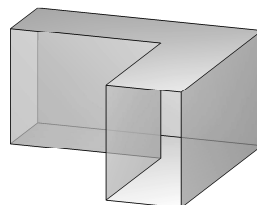


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

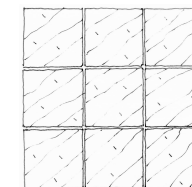
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

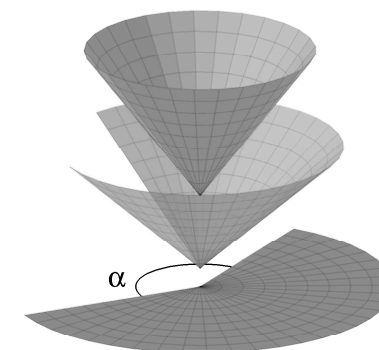


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

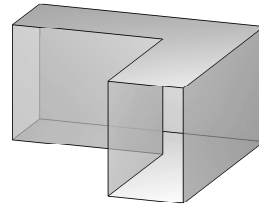


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

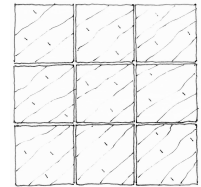
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötävään käännettynä?

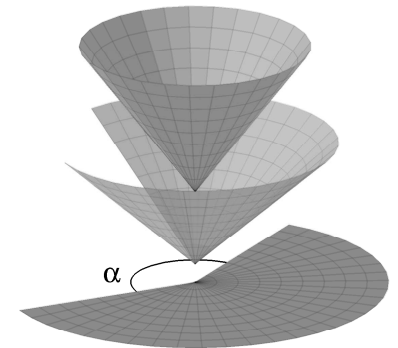


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

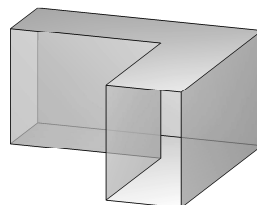


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

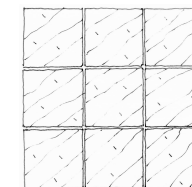
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

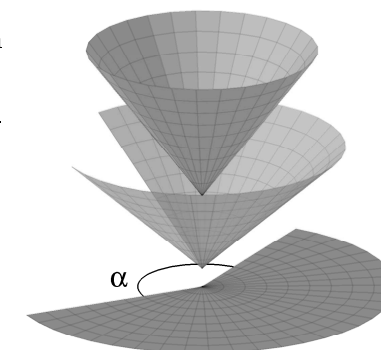


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

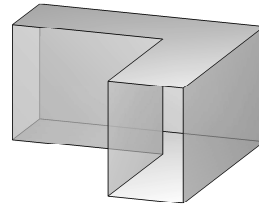


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

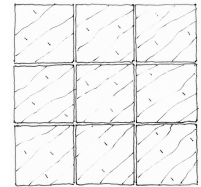
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

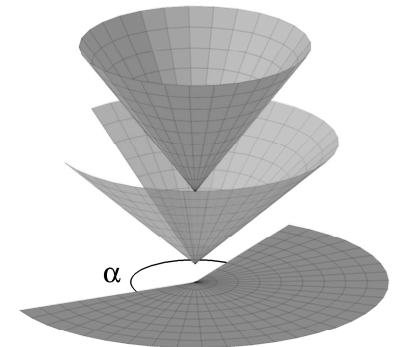


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

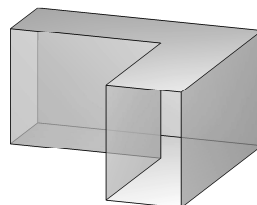


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stången böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

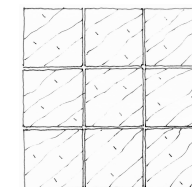
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

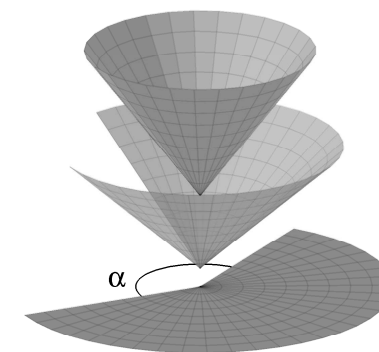


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

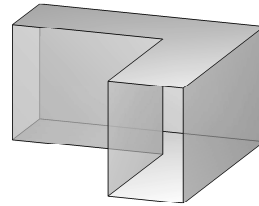


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

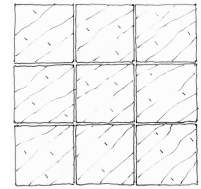
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

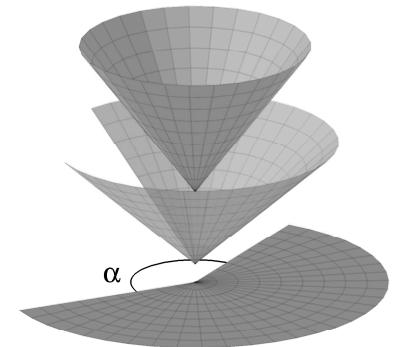


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

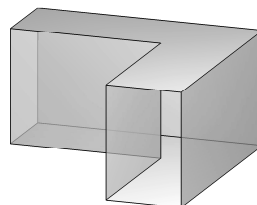


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

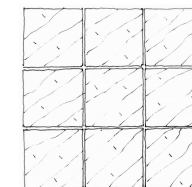
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

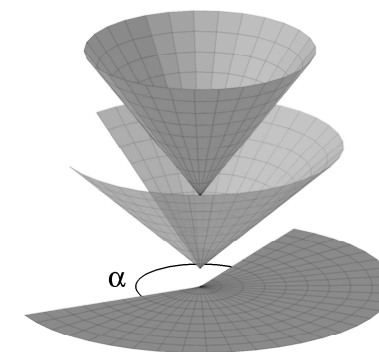


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

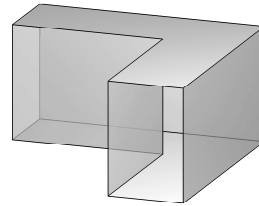


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

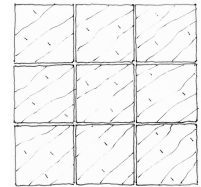
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?

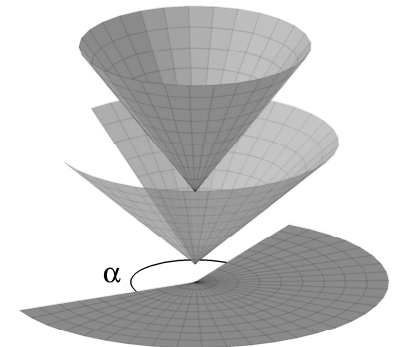


Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

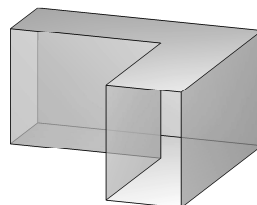


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

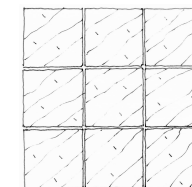
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?

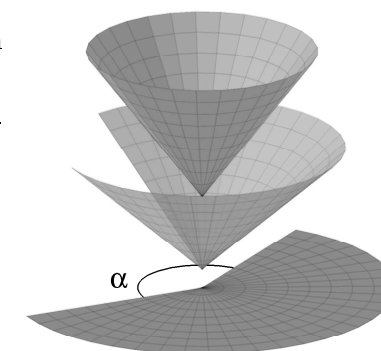


Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

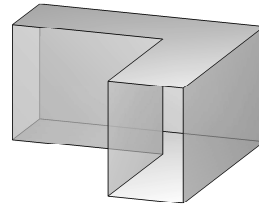


**Ohjeita.** Sijoita jokainen tehtävä *omalle sivulleen*. Merkitse, jos tehtävä jatkuu usealle konseptille. Laadi ratkaisut selkeästi *välivaiheineen*, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. *Merkitse hylkäämäsi ratkaisu tai hylkäämäsi ratkaisun osa ylivaiivamalla* se, sillä saman tehtävän useista ratkaisuista huonoin otetaan mukaan arvosteluun. Huomaa, että kukin tehtävä arvostellaan kokonaisuutena, eivätkä alakohdat välttämättä ole pisteytyksessä samanarvoisia.

**Apuvälineet:** Kirjoitusvälineet ja funktiolaskin.

**Liite:** Kaavakokoelma.

- A1 Käytävässä on 90 asteen mutka oheisen piirroksen mukaisesti. Käytävän poikkileikkaus on suorakaide. Käytävän leveys on  $d = 2,0$  m ja korkeus  $h = 3,0$  m. Kuinka pitkä tanko voidaan taivuttamatta kuljettaa käytävän läpi?



Tangon paksuutta ei oteta huomioon. Anna vastaus pyöristettynä täysiin senttimetreihin.

- A2 Suorakulmaisen kolmion muotoisen tontin kahden lyhyemmän sivun pituudet ovat  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Mikä on rakentamiseen käytettävissä oleva maa-ala tontilla, kun koko tontin pisimmälle sivulle pitää jättää 3 m levyinen rakentamaton kaistale?

Anna maa-ala  $0,1$  m<sup>2</sup> tarkkuuteen pyöristettynä.

- A3 Arkkitehdit M. Uoto, F. Örm ja S. Hapé ovat suunnitelleet Aalto-yliopiston aulaan kullatusta teräskuutiosta muodostuvan taideteoksen. Kultaus on ohut.

Toteutuksen aikana teoksen sijoituspaikka muuttuu, jolloin teräskuution tilavuutta kasvatetaan 19% alkuperäisestä. Loppulaskutuksessa materiaalikustannusten todetaan kasvaneen samaiset 19% alkuperäisestä budjetista.

- (a) Paljonko kultaukseen käytetyn kullan määrä kasvoi toteutuksen aikana?  
(b) Teräksen yksikköhinta ei toteutuksen aikana muuttunut. Miten kullan yksikköhinta siis muuttui?

Anna vastaukset prosentteina  $0,1$  prosenttiyksikön tarkkuuteen pyöristettynä.

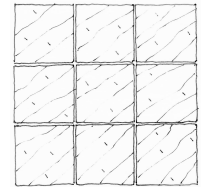
- A4 Puolipallon muotoisen samppanjamaljan pohjalla lepää jäähdytetty teräskuula. Malja täytetään. Kuinka suuri osuus samppanjasta valuu pois maljasta, kun maljaa kallistetaan  $45^\circ$ ? Maljan sisähalkaisija on  $D$  ja kuulan halkaisija  $d = \frac{1}{2}D$ .

( $R$ -säteisen pallosegmentin tilavuus on  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Anna tarkka vastaus ja likiarvo kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A5 Suomen sodan muistojuhlaa varten kootaan seinälle yhdeksästä keramiikkalaatasta muodostuva mosaiikki (vrt kuva). Laatat ovat neliön muotoisia ja asetettu tasavälein. Kukin mosaiikin laatta valitaan satunnaisesti loputtomasta kasasta sinisiä ja keltaisia laattoja. Laatoista 60% on sinisiä.

- (a) Millä todennäköisyydellä mosaiikki on kaksivärinen?  
(b) Millä todennäköisyydellä mosaiikista tulee sellainen, että sen väritys ei muutu vaikka se koottaisiin seinälle laattojen sijoittelu alkuperäisestä  $90$  astetta myötäpäivään käännettynä?



Anna todennäköisyydet kolmen desimaalin tarkkuuteen pyöristettynä.

- A6 Ympyrän muotoisen kartonginpalan säde on  $r$ . Palasta leikataan pois ympyräsektori, jonka keskuskulma on  $\alpha$ . Jäljelle jäänyt kartonginpala taivutetaan ympyräkartioksi siten, että leikkausreunat tulevat vastakkain.

- (a) Mikä on ympyräkartion tilavuus, kun  $\alpha = 90^\circ$  ja  $r = 10$  cm?  
(b) Miten  $\alpha$  on valittava, jotta ympyräkartion tilavuus on suurin mahdollinen?

Anna vastaukset  $0,1$  kuutiosenttimetrin ja  $0,1$  asteen tarkkuuteen pyöristettynä.

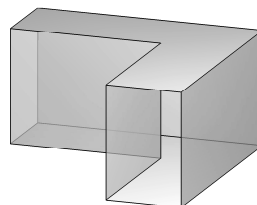


**Anvisningar.** Placera varje uppgift på en egen sida. Markera om svaret fortsätter på flera koncept. Ge klart utarbetade lösningar *inklusive mellanstadier*, renskriv lösningen vid behov. *Förkastade lösningar och förkastade delar av en lösning skall överstrykas.* Om icke-överstrukna lösningar föreligger, bedöms den sämsta av dessa. Notera, att varje fråga bedöms som en helhet och att delfrågorna inte nödvändigtvis har samma vikt i bedömningen.

**Hjälpmedel:** Skrivredskap och funktionsräknare.

**Bilaga:** Formelsamling.

- A1 En korridor, med ett rektangulärt tvärsnitt, gör en 90 graders vinkel enligt vidstående ritning. Korridorrens bredd är  $d = 2,0$  m och höjd  $h = 3,0$  m. En hur lång stång kan transporteras genom korridoren utan att stängen böjs?



Stångens tjocklek kan negligeras. Ge svaret avrundat till hela centimetrar.

- A2 De två kortaste sidorna av en tomt med formen av en rätvinklig triangel är  $a = 37$  m,  $b = 41$  m. Bestäm arean av det område som står till förfogande för byggande, då en 3 m bred rämsa längs den längsta sidan bör lämnas obebyggd.

Ge arean avrundad med 0,1 m<sup>2</sup>:s noggrannhet.

- A3 Arkitekterna M. Uoto, F. Örm, ja S. Hapé har för Aalto-universitets foajé planerat ett monument bestående av en förgylld stålkub. Förgyllningen är tunn.

Under förverkligandet ändras monumentets placering, varvid dess volym ökas med 19% från den ursprungliga. Vid slutfakturering konstateras materialkostnaderna ha ökat med samma 19% jämfört med den ursprungliga budgeten.

- (a) Hur mycket ökade mängden guld som användes för förgyllningen under förverkligandet?  
(b) Enhetspriset på stål ändrades inte under förverkligandet. Hur ändrades guldets enhetspris?

Ge svaren i procenter avrundade med 0,1 procentenhets noggrannhet.

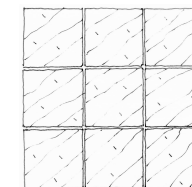
- A4 På bottnet av en halvklotformad champangeskål ligger en avkyld stålkula. Skålen fylls. Hur stor del av champangen rinner ut ur skålen, då skålen lutar 45°? Skålens inre diameter är  $D$  och kulans diameter är  $d = \frac{1}{2}D$ .

(Volymen av ett sfäriskt segment med radie  $R$  ges av  $V = \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ .)

Ge exakt svar samt närmevärde med tre decimaler.

- A5 För Finska krigets jubileum byggs på en vägg en mosaik bestående av nio kakelplattor. Plattorna är kvadratiska och placerade med jämna mellanrum (se bilden). Varje platta väljs slumpmässigt från en oändlig hög av blåa och gula kakelplattor. Av plattorna 60% är blåa.

- (a) Med vilken sannolikhet är mosaiken tvåfärgad?  
(b) Med vilken sannolikhet är mosaiken sådan, att färgmönstret inte ändras om mosaiken byggs upp med plattornas positioner vridna 90 grader medsols jämfört med de ursprungliga positionerna?



Ge sannolikheterna med tre decimalers noggrannhet.

- A6 Radien av en cirkelformad kartongbit är  $r$ . Ur biten skärs en cirkelkon, vars centrivinkel är  $\alpha$ . Den återstående biten böjs till en cirkelkon så, att snittytorna kommer mot varandra.

- (a) Beräkna cirkelkonens volym, då  $\alpha = 90^\circ$  och  $r = 10$  cm?  
(b) Hur skall  $\alpha$  väljas, om cirkelkonens volym skall maximeras?

Ge de respektive svaren avrundade till 0,1 kubikcentimeters och 0,1 graders noggrannhet.

